0111 განათლების მეცნიერება EDUCATION SCIENCE

ალბათობათა თეორიის საძიებო ამოცანების ამოხსნის ზოგიერთი მეთოდი

ბაკურ ბაკურაძე
აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
E-mail: bakur.bakuradze41@rambler.ru
გიორგი ბერძულიშვილი
აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
E-mail: giorgi.berdzulishvili@mail.ru

რეფერატი

ალბათობის თეორიის ამოცანები სახეობის მიხედვით განეკუთვნება ტექსტურ ამოცანებს. ამიტომ, მათი ამოხსნისას გამოიყენება ისეთივე მეთოდები/ხერხები რაც ტექსტური ამოცანების ამოხსნისას. ჩვენი მეთოდური მიდგომებით, აუცილებლად ვთვლით, ალბათობის საძიებო ამოცანების ჩართვას მათემატიკის სასკოლო კურსში, მისი განმავითარებელი პოტენციალის რეალიზების მიზნით, მასწავლებელთა და მოსწავლეთა მხრიდან სასწავლო პრაქტიკაში მათი გამოყენების სურვილი და მზაობა, აქტუალურს ხდის პრობლემის მეთოდიკურ ასპექტს. სტატიაში განხილულია თეორიული და მეთოდიკური მიდგომები, როგორ ხდება საძიებო ამოცანების ამოხსნა. მეთოდურად გარჩეულია ალბათობის საძიებო ამოცანების ამოხსნის მდგომარეობათა სივრცეში წარმოდგენით, პერეფორმულირებით, კონტრმაგალითის, ალბათობის გეომეტრიული განმარტების, შეფასების, ლოგიკური თამაშების სტრატეგიების გამოყენებით. თითოეული მეთოდის გამოყენებას თან ერთვის შესაბამისი მეთოდური რეკომენდაციები.

საკვანძო სიტყვები: საძიებო ამოცანა, სკოლა, ალბათობა, ლოგიკა, ამოხსნა.

შესავალი

ალბათობის თეორიის ამოცანები შეგვიძლია მივაკუთვნოთ ტექსტურ ამოცანებს. შესაბამისად, მათი ამოხსნისას გამოიყენება ტექსტური ამოცანების ამოხსნისას გამოყენებული მეთოდები. საშუალო სკოლის სასწავლო სახელმძღვანელოებში განთავსებული ამოცანები თავიანთი შინაარსით სტანდარტულია, რაც ნიშნავს, რომ მათი ამოხსნისთვის ძირითადად ვიყენებთ ალგორითმულ მიდგომებს. ასეთი ამოცანების განმავითარებელი ეფექტი ნაკლებია. ჩვენი მეთოდური მიდგომებით აუცილებლად ვთვლით ალბათობის საძიებო ამოცანების ჩართვას მათემატიკის სასკოლო კურსში, მისი განმავითარებელი პოტენციალის რეალიზების მიზნით, მასწავლებელთა და მოსწავლეთა მხრიდან სასწავლო პრაქტიკაში მათი გამოყენების სურვილი და მზაობა, აქტუალურს ხდის პრობლემის მეთოდიკურ ასპექტს.

თეორიული და ექსპერიმენტული გამოკვლევების შედეგად დადგენილია, რომ საშუალო სკოლაში საძიებო და ამოცანების ამოხსნისას ძირითადი სიძნელეები ყველაზე ხშირად, მოსწავლეებს წარმოიშობა, რადგან ყოველთვის წარმატებული არ არის მოქმედების წესების შერჩევა მოსწავლეთა ნაკლები გამოცდილების გამო.

ძირითადი ნაწილი

ჩვენი საკუთარი ხანგრძლივი პედაგოგიური გამოცდილებით, სასწავლო პროცესზე სისტემატური დაკვირვებით, ჩატარებული პედაგოგიური ექსპერიმენტებით მიზანშეწონილად მიგვაჩნია მასწავლებლების მიერ გათვალისწინებული იქნეს ასეთი რეკომენდაციები: ალბათობის საძიებო ამოცანებში მოცემული სიტუაციის უკეთ გასააზრებლად მოვახდინოთ პირობის ინტერპრეტირება, ე.ი. ავაგოთ ნახაზი, ცხრილი, სქემა, გრაფი და ა.შ.; გამოვყოთ რა გვაქვს მოცემული და რა უნდა ვიპოვოთ; დავფიქრდეთ ხომ არ შეგვხვედრია და ამოგვიხსნია ადრე მსგავსი საძიებო ამოცანა; თუ ამოცანა მათემატიკური არ არის, მაშინ ამოცანა გადავთარგმნოთ მათემატიკურ ენაზე [3].

საძიებო და საოლიმპიადო ამოცანების ამოხსნის გეგმის შედგენისას მეთოდურად გამართლებულია, რომ:

განვსაზღვროთ ალბათობის საძიებო ამოცანის სახე;

- თუ ამის შესაძლებლობა არსებობს, ალბათობის საძიებო ამოცანა დავიყვანოთ ადრე ამოხსნილ ჩვენთვის ცნობილ ამოცანაზე;

- საძიებო ამოცანის პირობის გამარტივების მიზნით მოვახდინოთ ამოსახსნელი ამოცანის პირობის სხვაგვარად ფორმულირება, სადაც შესაძლებელია მასში მოცემული ზოგიერთი მონაცემი უგულველვყოთ ან მოთხოვნის სიმკაცრე შევცვალოთ;
- ალბათობის საძიებო ამოცანის პირობაში მოცემული ზოგიერთი ტერმინი ან/და ცნება შევცვალოთ მისი ტოლფასით, რომელიც იწვევს ამოსახსნელი ამოცანის გამარტივებას;
- ამოსახსნელი საძიებო ამოცანა დავყოთ ქვეამოცანებად, რომელთა თანმიმდევრული ამოხსნა მიგვიყვანს ამოსახსნელი ამოცანის ამოხსნამდე [1].

დასახული გეგმის პრაქტიკული რეალიზების ეტაპზე ამომხსნელმა სასარგებლოა უნდა გაითვალისწინოს შემდეგი რჩევები, რომლებიც ეხება:

- საძიებო ამოცანის ამოხსნის ხერხის შერჩევას, რომელიც მსჯელობის მოკლედ და მკაფიოდ დაფიქსირების გარანტიას იძლევა;
- საძიებო ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მიღებული ამონახსნის შემოწმებას პირობასთან შედარების გზით; საბოლოო შედეგის სისწორის ანალიზს ამოცანის პირობასთან და საღ აზრთან შეპირისპირების საშუალებით;
- საძიებო ამოცანის ამოხსნის შედარებით მოკლე ხერხის მოძებნას;
- საძიებო ამოცანის ამოხსნის განსაკუთრებული შემთხვევების გამოკვლევას [1].

ჩამოთვლილი რეკომენდაციები, რა თქმა უნდა, სასარგებლოა, მაგრამ მათ მაინც ზოგადი მიმართულების მიმცემის როლი აკისრიათ, საძიებო ამოცანის ამოხსნის გეგმის შედგენისა და რეალიზების საქმეში. მათი მეშვეობით შეიძლება მოსწავლის სწორად ორიენტირება საძიებო ამოცანების ამოხსნის ხერხებზე, საჭირო დროის შემცირებასა და რაციონალური ამოხსნის ხერხის შერჩევაზე. ამასთან ერთად, აუცილებელია ისეთი უნარების დაუფლება, რომლებიც დაგვეხმარება არა მხოლოდ ძიების მიმართულების ორიენტირებაში, არამედ საძიებო ამოცანების ამოხსნის გეგმის პოვნის საშუალებასაც მოგვცემს. ალბათობის საძიებო ამოცანების ამოხსნის მიზანმიმართული ძიებისას ფართო გამოყენებას პოულობს ანალიზისა და სინთეზის მეთოდები. ტექსტური ამოცანების ამოხსნისას, მათემატიკის აპარატის დახმარებით, მსჯელობის სინთეზური ხერხის არსი მდგომარეობს საძიებო ამოცანიდან ამომხსნელის მიერ მარტივი (სტანდარტული) ამოცანების გამოყოფასა და შემდგომ გამოთვლაში ანუ განსახილველი ამოცანის ქვეამოცანათა ერთობლიობაზე დაყვანაში. მოსწავლეებს ანალიზური და სინთეზური მიდგომების დაუფლებაში შეიძლება დაეხმაროს ალბათობის საძიებო ამოცანის ნაწილებად დაყოფის წესი [1, 2].

საძიებო ამოცანის ამოხსნისას გამოყენებული ანალიზური მიდგომა ხასიათდება იმით, რომ მსჯელობა მასში საძიებო ამოცანის კითხვით იწყება. ირკვევა წინასწარ მონაცემთა ხასიათი, რომელიც აუცილებელია პირობაში დასმულ კითხვაზე პასუხის გასაცემად. აქ, ისე, როგორც სინთეზური მიდგომის დროს, მარტივი ამოცანები გამოიყოფა, მაგრამ მსჯელობა ამოხსნის გეგმის საპირის-პირო მიმართულებით ხორციელდება. ამიტომ, იმ სავარჯიშოთა ხასიათი, რომლებიც ამოცანის ანალიზური მეთოდით გარჩევის უნარის სწავლებას ემსახურება, რამდენადმე სხვანაირია: ისინი ორიენტირებულია იმ პირობების შერჩევაზე, რომლებიც მოცემულ კითხვას შეესაბამებიან. მათემატიკის სწავლების მეთოდიკაში მოსწავლეთათვის საძიებო ამოცანების ანალიზური და სინთეზური მეთოდებით ამოხსნის სწავლების მიზნით ფართოდ გამოიყენება მეთოდიკური ხერხი, ე. წ. „მსჯელობათა ხე“: მსჯელობისას დგება საძიებო ამოცანის ამოხსნის პროცესის სქემა, რომელიც მოსწავლეებს ეხმარება ამოხსნის გეგმის შედგენაში, რაც ამარტივებს საძიებო ამოცანების ამოხსნის გზის ძიებას. ყოველივე აღნიშნული მიზანშეწონილია წარმოდგენილი იქნეს განზოგადებული გრაფიკული სქემით [4]. შევნიშნოთ, რომ საძიებო ამოცანის ამოხსნის გეგმის შედგენა ხდება ანალიზური მსჯელობით. სინთეზურ ხერხს იშვიათად იყენებენ. ამგვარი მიდგომა მთლიანად გამართ-ლებული არ არის, რამდენადაც არსებობს ამოცანები, რომელთა პირობის ანალიზური მეთოდით გარჩევა არათუ ამსუბუქებს, არამედ, პირიქით, ამძიმებს ამოხსნის ძიების პროცესს.

მასწავლებელმა ყურადღება უნდა მიაპყროს ისეთი ხერხის გამოყენებას რომელიც ეფუძნება: საძიებო ამოცანების ცნობილი კომპონენტების ანალიზს, მათ შორის შესაძლო კავშირების გამოვლენას და მათგან ისეთების შერჩევას, რომლებიც აუცილებელია ამოხსნის უზრუნველსაყოფად. ეს ხერხი ატარებს „ამომწურავი სინჯვების მეთოდის“ სახელს. ამოცანის ამოხსნის ხერხებს მოსწავლეებს შემდეგი სახით სთავაზობენ:

- დაფიქრდით, რას აღნიშნავს ამოცანაში მოცემული თითოეული კომპონენტი; იპოვეთ დაკავშირებულ კომპონენტთა წყვილები; მათგან შეადგინეთ ახალი დამოკიდებულებები, ახსენით მათი არსი და ა.შ.
- მიღებული დამოკიდებულებებიდან შეადგინეთ სხვა დამოკიდებულებები, განმარტეთ მათი მნიშვნელობა და ა.შ.
- მიღებულ დამოკიდებიულებებს შორის შეარჩიეთ ის ან ისეთები, რომლებიც საჭიროა ამოცანის ამოსახსნელად და ა.შ. [3, 4].

საძიებო ამოცანების ამოხსნის ერთ-ერთ მეთოდის საფუძველია მათემატიკური მოდელირება. მოდელის დახმარებით თვალსაჩინო სახეების შექმნა მოსწავლეებისაგან მოითხოვს თეორიული ხასიათის განსაზღვრულ ცოდნას და მოდელების აგებაში აქტიურ მონაწილეობას. მოდელირებისათვის სხვადასხვა მათემატიკური ობიექტი გამოიყენება: რიცხვითი და ასოითი ფორმულები; ცხრილები; განტოლებები, უტოლობები და მათი სისტემები; დიაგრამები; მწკრივები; გრაფ-სქემები და სხვ. ხშირად საძიებო ამოცანის ამოხსნას ამარტივებს მისი საგნობრივი მოდელი. საძიებო ამოცანების ამოხსნისას ეფექტურად ხდება გრაფიკული მოდელირების გამოყენება: ამოცანის პირობის გრაფიკული ინტერპრეტაცია, ნახაზი, ნახატი, დიაგრამა, გრაფი. გრაფიკული ფორმით წარმოდგენილი ინფორმაცია ადვილად აღიქმება, ტევადი და საკმაოდ პირობითია, მოწოდებულია აბსტრაქტული ცნებების გასასაგნობრივებლად, შეიცავს ობიექტის მხოლოდ არსებითი თვისებების შესახებ ინფორმაციას. გრაფიკული მოდელის შედგენა შეიძლება ნებისმიერი, როგორც მარტივი, ისე რთული ამოცანისათვის. მისი შესრულება მოსწავლეს აიძულებს ყურადღებით წაიკითხოს ამოცანის ტექსტი და საძიებო ამოცანების ამოხსნის ძიება განახორციელოს. მეცნიერები სხვადასხვაგვარ მიდგომები გამოყოფენ საძიებო ამოცანების ამოხსნის პროცესში. საძიებო ამოცანების ამოხსნის პროცესში გამოყოფენ ორ არსებით შემადგენელ ელემენტს: ამოცანის წარმოდგენას და ამოცანის ამოხსნის ძიებას, რომელიც დამოკიდებულია ამოცანის წარმოდგენის ხერხზე და მიმართულია მისი ამოხსნის შესაძლებლობის ან შეუძლებლობის დადგენაზე [2, 3].

ამის შემდეგ განხილულია საძიებო ამოცანების ამოხსნისადმი ორ მიდგომა. პირველი მიდგომაა ამოცანის წარმოდგენა მდგომარეობათა სივრცეში, მეორე — ამოცანის რედუქცია ქვეამოცანებზე. ამოცანის წარმოდგენა მდგომარეობათა სივრცეში დაკავშირებულია შემდეგ ცნებებთან:

- მდგომარეობა (საწყისი, მიზნობრივი);
- მდგომარეობის აღწერა;
- ოპერატორი, გარდამქმნელი ერთი მდგომარეობისა მეორეში;
- მდგომარეობათა სივრცე;
- ძიების (გადარჩევის) სივრცე.

ცხადია, რომ, რაც უფრო რაციონალურია ძიების მეთოდი, მით უფრო ვიწროა მისი ძიების სივრცე.

განიხილება ძიების ორი სახე: ყველა შესაძლო ვარიანტების ბრმა ძიება (სიღრმეში გადარჩევა, სრული გადარჩევა); მიმართული (მოწესრიგებული) გადარჩევა.

წარმოდგენილი თეორიული მოდელები გვეხმარება ალბათობის საძიებო ამოცანების ამოხსნაში. განვიხილოთ ალბათობის თეორიის ამოცნების ამოხსნის რამდენიმე განსხვავებული მეთოდის გამოყენებით.

ამოცანა 1.

10 სართულიანი კორპუსის ლიფტში 6 მგზავრი შევიდა. თითოეულ ადამიანს სხვებისგან დამოუკიდებლად შეუძლია ლიფტიდან გასვლა ნებისმიერ სართულზე (მეორედან დაწყებული) თანაბარი ალბათობით. განსაზღვრეთ ალბათობა იმისა, რომ:

ა) ყველა მგზავრი ლიფტიდან სხვადასხვა სართულზე გამოვიდა;

ბ) მგზავრებიდან ორი მაინც გამოვიდა ერთსა და იმავე სართულზე.

ამ ამოცანის ამოსახსნელად მოვახდინოთ საწყისი მდგომარეობის დაფიქსირება, აღვწეროთ მსვლელობა, განვიხილოთ ყველა შესაძლო შემთხვევა და განვმარტოთ ამოცანის მიზნობრივი მდგომარეობა. საწყისი მდგომარეობაა, რომ ათსართულიანი სახლის პირველ სართულზე ლიფტში იმყოფება 6 მგზავრი. მგზავრებს შეუძლიათ ლიფტიდან გავიდნენ ნებისმიერ სართულზე მეორე სართულიდან მეათე ჩათვლით. ა) შემთხვევაში მიზნობრივი მდგომარეობაა, რომ ყველა მგზავრი ლიფტიდან გავიდეს სხვადასხვა სართულზე, ხოლო ბ) შემთხვევა – ა) შემთხვევის საპირისპიროა.

ამოცანის ამოხსნა დავიწყოთ ალბათობის კლასიკური განსაზღვრებით:

$$p=\frac{m}{n},$$

სადაც n არის ყველა იმ შემთხვევების რაოდენობა, რომლითაც მგზავრებს შეუძლიათ გავიდნენ ლიფტიდან. რადგან ნებისმიერ მგზავრს შეუძლია გავიდეს დარჩენილი სართულიდან ნებისმიერზე. ამიტომ თითოეული მგზავრს აქვს არჩევანის 9 შესაძლებლობა. ნამრავლის წესის გამოყენებით ვწერთ:

$$n=9\cdot 9\cdot 9\cdot 9\cdot 9\cdot 9=9^5.$$

ა) ყველა მგზავრი ლიფტიდან სხვადასხვა სართულზე გამოვიდა;

m არის ლიფტში მყოფი მგზავრების ლიფტიდან გასვლის რაოდენობა იმ პირობით, რომ ერთ სართულზე ორი მგზავრი არ გამოვა. ამ შემთხვევაში, იმ მგზავრს, რომელიც ლიფტიდან პირველად გამოვა აქვს არჩევანის 9 შესაძლებლობა, მეორედ ლიფტიდან გამოსულს – 8 შესაძლებლობა, და ა.შ. იმ მგზავრს, რომელიც მეექვსე გამოვა ლიფტიდან აქვს 4 შესაძლებლობა. ამიტომ ამოცანის პირობის ყველა ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვია: $m=9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4.$ ამიტომ, საძიებელი ალბათობაა: $p\approx 0{,}114.$

ბ) ხდომილობა - ორი მგზავრი მაინც გამოვიდა ერთსა და იმავე სართულზე, არის ხდომილობის- ყველა მგზავრი ლიფტიდან სხვადასხვა სართულზე გამოვიდასაპირისპირო ხდომილობა. ვისარგებლოთ საპირისპირო ხდომილობის ალბათობის ფორმულით. გვაქვს: $\overline{p}=1-p\approx 1-0{,}114=0{,}886.$

ზოგჯერ ალბათობის ამოცანების ამოხსნისას კარგ ეფექტს იძლევა ამოცანის პერეფორმულირება, რაც უადვილებს ამომხსნელს ამოხსნის ძიების პროცესს.

ამოცანა 2.

მოცემულ მთელ რიცხვთა სიმრავლეში –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 შეცვალეს ერთი რიცხვი ორი სხვა მთელი რიცხვით ისე, რომ რიცხვთა მიმდევრობის დისპერსია და საშუალო არ შეცვლილა. რომელი რიცხვი შეცვალეს?

მასწავლებელმა ამოცანის ამოხსნის დაწყებამდე მოსწავლეებს უნდა შეახსენოს, რომ დისპერსია წარმოადგენს საშუალოდან გადახრათა კვადრატების არითმეტიკულ საშუალოს. შემდეგ მოახდინოს ამოცანის პერეფორმულირება. ეს შესაძლებელია ასე გააკეთოს: ერთი რიცხვი უნდა შეიცვალოს სხვა ორი რიცხვით, მაგრამ უცვლელი დარჩეს სიმრავლის რიცხვების არითმეტიკული საშუალო და რიცხვების კვადრატების საშუალო. მოცემული სიმრავლის არითმეტიკული საშუალოა 0, ამიტომ ახალი სიმრავლის არითმეტიკული საშუალო და შესაბამისად მასში შემავალი რიცხვების ჯამიც უნდა იყოს 0.

ამ სიმრავლეში 11 რიცხვის კვადრატების ჯამია $2\left(1^2+2_2+3^2+4^2+5^2\right)=110$, ასე რომ, სიმრავლის რიცხვების კვადრატების საშუალო არის 10. ახალ სიმრავლეში იქნება 12 რიცხვი, ამიტომ ახალ სიმრავლეში რიცხვების კვადრატების ჯამი უნდა იყოს 120, ე.ი. უნდა გაიზარდოს 10-ით. ვთქვათ, რიცხვი a შევცვალეთ b და c -თი, ისე რომ, $a=b+c.$ ამასთან, $a^2+10=b^2+c^2.$ საიდანაც, $b^2+c^2-10=a^2\Rightarrow b^2+c^2-10=(b+c)^2.$ თუ შევასრუ-ლებთ მარტივ გარდაქმნებს, მივიღებთ: $b\cdot c=5.$ ეს ნიშნავს, რომ საძიებელი რიცხვებიდან ერთი უდრის ან 5-ს ან –5-ს, ხოლო მეორე, შესაბამისად, არის –1 ან 1. პირველ შემთხვევაში $a=4$, მეორე შემთხვევაში $a=-4$.

ე.ი. შეუცვლიათ -4 და მის ნაცვლად დაუწერიათ 1 და -5, ან შეუცვლიათ 4 და მის ნაცვლად დაწერეს -1 და 5.

ალბათობის საძიებელი ამოცანების კლასიფიკაციისას შეიძლება ისინი მივაკუთვნოთ რამდემიმე სახეს. განვიხილოთ ისეთი საძიებელი ამოცანა, რომლის ამოსახსნელად საჭიროა როგორც ალბათობის გეომეტრიული განსაზღვრება, ისე შეფასებები.

ამოცანა 3.

ახალი პროგრამის შესამოწმებლად კომპიუტერი ირჩევს შემთხვევით ნამდვილ A რიცხვს [1, 2] ინტერვალიდან და პროგრამა ხსნის განტოლებას $3x+A=0$. იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ ამ განტოლების ფესვი ნაკლები იქნება –0,4-ზე.

ამოცანის პირობიდან ცხადია, რომ ამოსახსნელად საჭიროა ალბათობის გეომეტრიული განსაზღვრება, რადგან საუბარია $3x+A=0$ განტოლების $x=\frac{-A}{3}$ ფესვზე, რომელიც მოთავსებულია შუალედში $x\in\left[\frac{-2}{3};-\frac{1}{3}\right]$. ჩვენ გვაინტერესებს ის ამონახსნები, რომლებიც მეტია -0,4-ზე. ინტრვალი $\left[\frac{-2}{3};-\frac{1}{3}\right]$ წერტილით $-0{,}4=\frac{-2}{5}$ გაიყო ორ ინტერვალად $\left[\frac{-2}{3};-\frac{2}{5}\right]$ და $\left[\frac{-2}{5};-\frac{1}{3}\right]$. პირობას, რომ ამონახსნი მეტი უნდა იყოს -0,4-ზე აკმაყოფილებს $\left[\frac{-2}{5};-\frac{1}{3}\right]$ ინტერვალი. ალბათობის გეომეტრიულ განსაზღვრების თანახმად, გვაქვს: $p=\frac{l_1}{l}$, სადაც l_1 არის $\left[\frac{-2}{5};-\frac{1}{3}\right]$ ინტერვალის სიგრძე, ხოლო l არის $\left[\frac{-2}{3};-\frac{1}{3}\right]$ ინტერვალის სიგრძე. გვაქვს: $p=0{,}8$.

ალბათობის საძიებო ამოცანების ამოხსნისას ზოგჯერ ძალიან კარგ ეფექტს იძლევა კონტრმაგალითის გამოყენება, რომელიც საშუალებას იძლევა ალბათობის საძიებო ამოცანას მარტივად გავცეთ პასუხი.

ამოცანა 4.

წყალქვეშა ნავზე სამსახური შეუძლია მატროსს, რომლის სიმაღლე არ აღემატება 168 სმ-ს. ოთხი A, B, C და D მატროსთა გუნდებიდან ყველას სურს წყალქვეშა ნავზე სამსახური და გაიარეს მკაცრი შემოწმება. დარჩა ბოლო სტადია-სიმაღლის შემოწმება. A გუნდში მატროსების საშუალო სიმაღლეა 166 სმ. B გუნდში მატროსების სიმაღლის მედიანაა 167 სმ. C გუნდში ყველაზე მაღალი მატროსის სიმაღლეა 169 სმ. D გუნდში მატროსების სიმაღლის მოდაა 167 სმ. რომელი გუნდიდან შეძლებს მატროსების არანაკლებ ნახევარი წყალქვეშა ნავზე სამსახურს?

ამ ამოცანის ამოხსნისთვის მიზანშეწონილია კონტრმაგალითების მოყვანა. კონტრამაგალითი A გუნდისთვის: ვთქვათ, გუნდში სამი მეზღვაურია, რომელთა სიმაღლეებია 160 სმ, 169სმ და 169 სმ, მათი საშუალო სიმაღლეა 166 სმ, მაგრამ ამ სამიდან ორი ვერ აკმაყოფილებს წყალქვეშა ნავზე სამსახურის პირობებს სიმაღლის შეზღუდვის გამო. კონტრმაგალითი C გუნდისთვის: ორ მეზღვაურს ტოლი სიმაღლეები აქვთ და თითოეულის სიმაღლეა 169 სმ. ვერც ერთი ვერ იმსახურებს წყალქვეშა ნავზე. C გუნდი ვერ აკმაყოფილებს ამოცანის მოთხოვნას. კონტრამაგალითი D გუნდისთვის: ვთქვათ, ამ გუნდის ხუთი მეზღვაურის სიმაღლეებია 167 სმ, 167 სმ, 169 სმ, 170 სმ და 171 სმ. მოთხოვნაა, რომ მატროსების სიმაღლე არ უნდა აღემატებოდეს 167 სმ-ს, მაგრამ ხუთიდან სამი ვერ აკმაყოფილებს ამ პირობას. რაც შეეხება B გუნდს. ამ გუნდის მატროსთა რაოდენობის მინიმუმ ნახევარის სიმაღლე არ აღემატება 167 სმ-ს, რადგან ამ გუნდის მატროსების სიმაღლის მედიანა 167 სმ-ია და შესაძლოა, კიდევ არიან ისეთებიც, რომელთა სიმაღლეც ზუსტად 168-ია. ამრიგად, აშკარაა, რომ B გუნდის მეზღვაურთა მინიმუმ ნახევარს შეუძლია იმსახუროს წყალქვეშა ნავზე.

ალბათობის საძიებო ამოცანების ამოხსნა ზოგჯერ შეიძლება დაკავშირებული იყოს ლოგიკური თამაშის სტრატეგიის არჩევასთან. ასეთი ამოცანები შეიძლება ეხებოდეს თამაშებს ორი მონაწილით, ან კომპიუტერთან თამაშებს და სხვ. ასეთი ამოცანების ამოხსნისას პირველ რიგში გარკვეული უნდა იქნეს მოთამაშის თამაშის მომგებიანი სტრატეგია, შეფასდეს მომგებიანი თამაშის სტრატეგიის შერჩევის ალბათობა და მათზე დაყრდნობით პასუხი გაეცეს ამოცანის კითხვას. განვიხილოთ ალბათობის საძიებო ამოცანა.

ამოცანა 5.

პაპუნა ეთამაშება კომპიუტერს თამაშს „ქვების გროვა“. თავდაპირველად გროვაში 16 ქვაა. მოთამაშეები გროვიდან რიგრიგობით იღებენ 1, 2, 3 ან 4 ქვას. იმარჯვებს ის, ვინც ქვას ბოლოს აიღებს. პაპუნასთვის კომპიუტერის თამაშის სტრატეგია უცნობია, ის თამაშის წესების დაცვით ყოველ სვლაზე იღებს ქვების შემთხვევით რაოდენობას. თამაშს იწყებს პაპუნა. რისი ტოლია პაპუნას გამარჯვების ალბათობა?

ნებისმიერ ლოგიკურ თამაშში მოთამაშე, რომელიც აკეთებს პირველ სვლას, ყოველთვის ფლობს გარკვეული უპირატესობა. მას შეუძლია აირჩიოს სტრატეგია და ეცადოს გაიმარჯვოს სწორი სტრატეგის გამოყენებით. მართლაც, პირველ სვლაზე პაპუნამ უნდა აიღოს ქვების გროვიდან ერთი ქვა და ყოველ მომდევნო სვლაზე აიღოს ქვების ისეთი რაოდენობა, რომ გროვაში დარჩენილი ქვების რაოდენობა გაიყოს 5-ზე. ვინაიდან თამაშის წესების მიხედვით თითოეულ ნაბიჯზე მოთამაშეს უფლება აქვს აიღოს 1, 2, 3 ან 4 ქვა, ასეთი სტრატეგია ყოველთვის შესაძლებელია. თუ რომელიმე ეტაპზე მოთამაშე, რომელიც აკეთებს პირველ სვლას გადაუხვევს ამ სტრატეგიას, მაშინ მის მოწინააღმდეგეს აქვს შესაძლებლობა მოიგოს თამაში იმავე სტრატეგიით. თუ თამაშს მოიგებს მოთამაშე, რომელიც აკეთებს პირველ სვლას, მაშინ მან უნდა გააკეთოს 4 სვლა თამაშის განმავლობაში.

ამრიგად, პაპუნას აქვს მხოლოდ ერთი შანსი, რომ მოიგოს: თუ პირველ სვლაზე აიღებს ერთ ქვას, მეორე სვლაზე კომპიუტერს დაუტოვებს ზუსტად 10 ქვას, მესამეზე ზუსტად 5 ქვას და მეოთხე სვლაზე აიღებს ყველა დარჩენილ ქვას.

ამრიგად, პაპუნას გამარჯვების ალბათობა არის $\left(\frac{1}{4}\right)^4=\frac{1}{256}$, სადაც $\frac{1}{4}$ არის ალბათობა იმისა, რომ პაპუნა თავის მხრივ აიღებს 1 ქვას ქვების აღების ოთხი შესაძლო (აიღოს 1, 2, 3 ან 4) ვარიანტიდან.

დასკვნა

დასკვნის სახით შეგვიძლია ვთქვათ, რომ მასწავლებელმა მათემატიკის გაკვეთილზე განსახილავად, ალბათობის საძიებო ამოცანების შერჩევა უნდა მოახდინოს სასწავლო თემის შესაბამისად. ამოცანა ისე უნდა იყოს შერჩეული, რომ მის ამოხსნაში აქტიური მონაწილეობა მიიღოს მთელმა კლასმა, ყველა მოსწავლეს უნდა ქონდეს იმის საშუალება, რომ გამოთქვან თავიანთი შეხედულებები, როგორ წარმოუდგენიათ მათ ამოცანის ამოხსნის გზის ძიება. ალბათობის საძიებო ამოცანების ამოხსნის სწავლება უნდა განხორციელდეს ინდუქციურად, კონკრეტული ამოცანების საშუალებით ამოცანების ამოხსნის დროს. მასწავლებელმა უნდა გამოიყენოს ისეთი კითხვები, რაც მოსწალეებს დაეხმარება ასეთი ამოცანების ამოხსნის პერსპექტიული გზის ძიებაში. ალბათობის საძიებო ამოცანების ამოხსნის სწავლება უნდა შეიცავდეს ამოსახსნელი ამოცანის ანალიზს, რომელიც იძლევა ამოცანის პირობაში არსებული ინფორმაციის სრულად აღქმას საშუალებას და მის საფუძველზე ამოხსნის ძიებიდან პერსპექტიული (არა ჩიხური) გზის მიგნებას.

ლიტერატურა

1. ბ. ბაკურაძე, გ. ბერძულიშვილი. მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა, I ნაწილი. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. ქუთაისი. 2019 წელი. 286 გვ.
2. გ. ბერძულიშვილი, ნ. ონიანი, ბ. ბაკურაძე. სიმრავლეთა და ალბათობის თეორიის ელემენტების სწავლება მათემატიკის სასკოლო კურსში. აწსუ-ს გამომცელობა. თბილისი. 2014 წ. 248 გვ.
3. გ. ბერძულიშვილი – სასკოლო და საოლიმპიადო მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის მეთოდები. აწსუ-ს გამომცემლობა. ქუთაისი. 2018 წელი. 546 გვ.
4. თ. მორალიშვილი – ამოცანათა ამოხსნის ძიების სწავლება საშუალო სკოლაში. გამომცემლობა განათლება. თბილისი. 1991 წ. 128 გვ.

Some Methods for Solving Probability Search Problems

Bakur Bakuradze, Giorgi Berdzulishvili

Abstract

Probability theory problems are considered textual problems and are solved using methods similar to those applied to textual problems. Our methodological approach strongly advocates for the inclusion of probability search problems in school mathematics curricula to leverage their developmental potential. Teachers' and students' willingness to integrate these into educational practice highlights the methodological significance of this issue. We discuss theoretical and methodological approaches for solving search problems. Specific methods include state space representation, reformulation, counterexamples, geometric interpretation of probability, estimation, and logical game strategies. Each method is accompanied by methodological recommendations.

Keywords: search problem, school, probability, logic, solution.